

29.11.2013

תמונת בדיקת הנוסחאות

הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל
המרכז ללימודים קדם-אקדמיים

יש לפרסם מהי כיתת האס צל האחרת!!

מבחן אמצע טרימסטר א' במתמטיקה

משך המבחן: 2.5 שעות. אין להשתמש במחשבוניס!

יש לפתור את 2 השאלות! אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של המבחן!

סעיפים שונים באותה שאלה שווים בניקודם עד כדי נקודה, אלא אם רשום אחרת!

בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן!

כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדרך הנוסחאות – חייבת הוכחה!

יש לפתור את שתי השאלות הבאות רק באמצעות גיאומטריה-המישור.

כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה!

תזכורת! – חובה לשרטט בעזרת סרגל ומחוגה ולא ביד חופשית!

שאלה 1 (20%)

א. הוכח את המשפט כי מרובע החסום במעגל – סכום זוויותיו הנגדיות הוא 180° .

ב. המרובע ABCD חסום במעגל.

חוצה הזווית החיצונית הצמודה ל-A חותך את המעגל בנקודה N.

הוכח כי CN חוצה את $\angle BCD$.

שאלה 2 (20%)

יהי ABCD מרובע קמור כלשהו.

יהיו M, L, K ו-N אמצעי הצלעות AB, BC, CD ו-AD בהתאמה.

נחבר את K עם L, את L עם M, את M עם N, ואת N עם K.

א. (1) הוכח שהמרובע שהתקבל הוא מקבילית.

(2) כדי שהמרובע שהתקבל יהיה מעוקן, איזה מרובע צריך להיות ABCD?

ב. נתון ש-ABCD הוא ריבוע.

יהיו M, L, K ו-N אמצעי הצלעות AB, BC, CD ו-AD בהתאמה.

נחבר את B עם N, את A עם M, את D עם L ואת C עם K.

הוכח (מבלי להסתמך על שיקולי הסימטריה)

ש-4 נקודות החיתוך של הקטעים AM, BN, CK ו-DL הן קדקודים של ריבוע.

שאלה 3 (20%)

א. קבע לאילו ערכי פרמטר m יש למשוואה הריבועית $mx^2 + (m-1)x + \frac{1}{8} = 0$

2 שורשים ממשיים שסכומם גדול מ-0 ומכפלתם קטנה מ-1.

ב. לאילו ערכי הפרמטר m,

פרבולה מהצורה $y = mx^2 + (m-1)x + \frac{1}{8}$

לא תחתוך ישר מהצורה $y = |m|x - \frac{3}{8}$?

שאלה 4 (20%)

קבע לאילו ערכי פרמטר m , למערכת הבאה יש

$$\begin{cases} \frac{1}{2}|x| - |y - m| = 1 \\ y = |x^2 - 4| \end{cases}$$

- א. 4 פתרונות.
 - ב. 3 פתרונות.
 - ג. 2 פתרונות.
 - ד. אף לא פתרון אחד.
- יש להסביר היטב כל שלב!

שאלה 5 (20%)

נתונה מערכת המשוואות

$$\begin{cases} (m+2)x + y = m+3 \\ 3x + (m+4)y = 5m+11 \end{cases}$$

מצא את כל ערכי m עבורם יש למערכת פתרון יחיד (x_0, y_0) כאשר הנקודה (x_0, y_0) נמצאת מחוץ למשולש (כולל שפתו) המוגדר ע"י הישר $x + y = 4$ וצירי ה-"x" וה-"y".

מה 3 חה!!

נתון ABCD ש-CD ש-BC

המרחקים AB, BC, CD, AD הם 1, 2, 3, 4 בהתאמה.

K, L, M, N הם נקודות על הצלעות AB, BC, CD, AD בהתאמה.

נתון AN, NL, LM, MB הם 1, 2, 3, 4 בהתאמה.

הנקודה P היא נקודת המפגש של התיכון AM והתיכון CN.

השאלה 5 (20%)

א. מצא את המספר m עבורו יש למערכת המשוואות

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ \frac{1}{8} + x(1-m) + ym = 0 \end{cases}$$

פתרון יחיד.

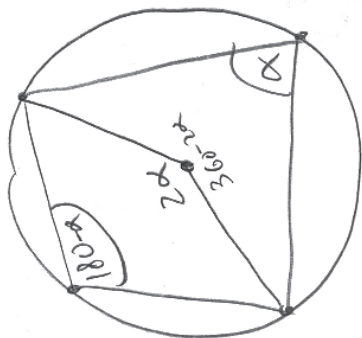
ב. מצא את המספר m עבורו יש למערכת

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ \frac{1}{8} + x(1-m) + ym = 0 \end{cases}$$

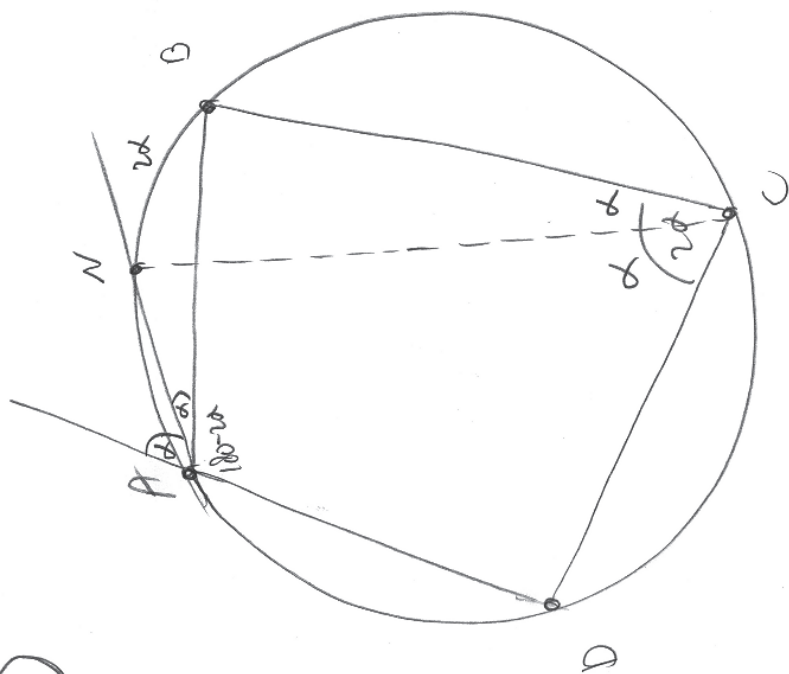
$$\frac{3}{8} - x|m| = 0$$

1) 288e

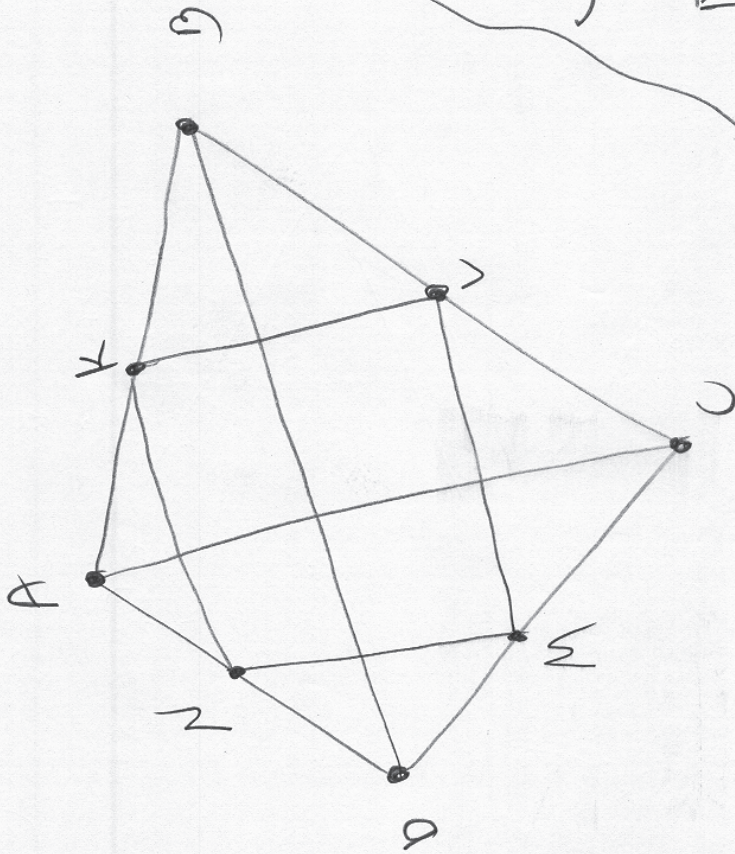
6)



2)



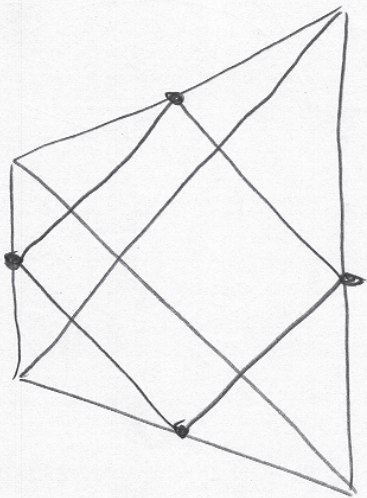
(c)



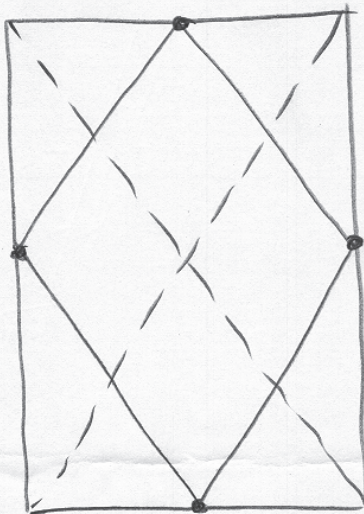
(2012)

gille / jostke sdr / hnd

u010

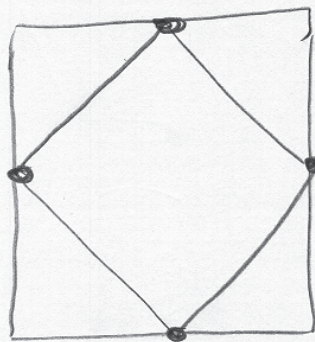


120

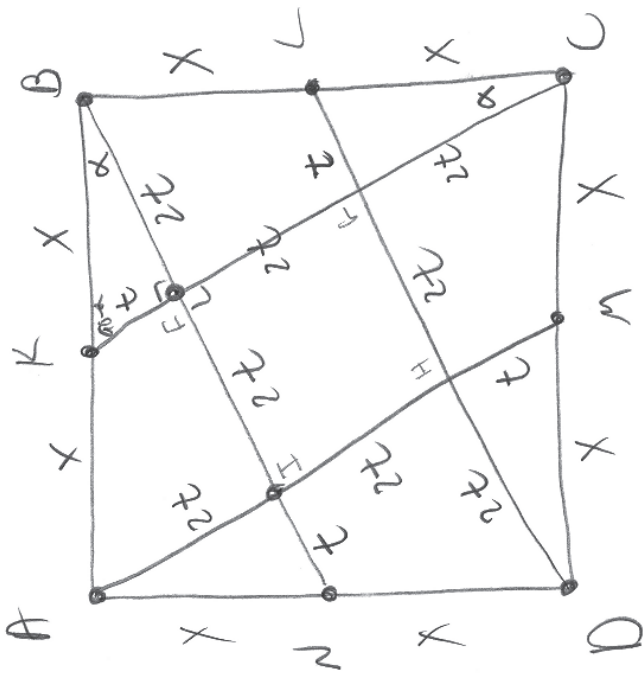


gille / jostke sdr / hnd

120



(2)



! ק"מ ק"מ
! 5 פסוק 0.6

3 > 8

$m \neq 0$

$$m^2 x^2 + (m-1)x + \frac{1}{8} = 0$$

$\Delta > 0$	\Leftrightarrow	$m \leq \frac{1}{2}$	\vee	$m \geq 2$
$-\frac{b}{2a} > 0$	\Leftrightarrow	$0 < m < 1$		
$\frac{c}{2a} < \frac{1}{2}$	\Leftrightarrow	$0 < m$	\vee	$m > \frac{1}{8}$

$\frac{1}{8} < m < \frac{1}{2}$

(2)

$$m^2 x^2 + (m-1)x + \frac{1}{8} = |m|x - \frac{3}{8}$$

$$m^2 x^2 + [m-1-m]x + \frac{1}{8} = 0$$

$$\Delta < 0 \quad (m-1-m)^2 - 4 \cdot m \cdot \frac{1}{8} < 0$$

$m = m$

$\forall x \in \mathbb{R}$

ϕ



$y > \delta r e$

$y = x^2 - y$

$y = |x^2 - y| = R$

$\frac{1}{2}|x| - |y| = \Delta$

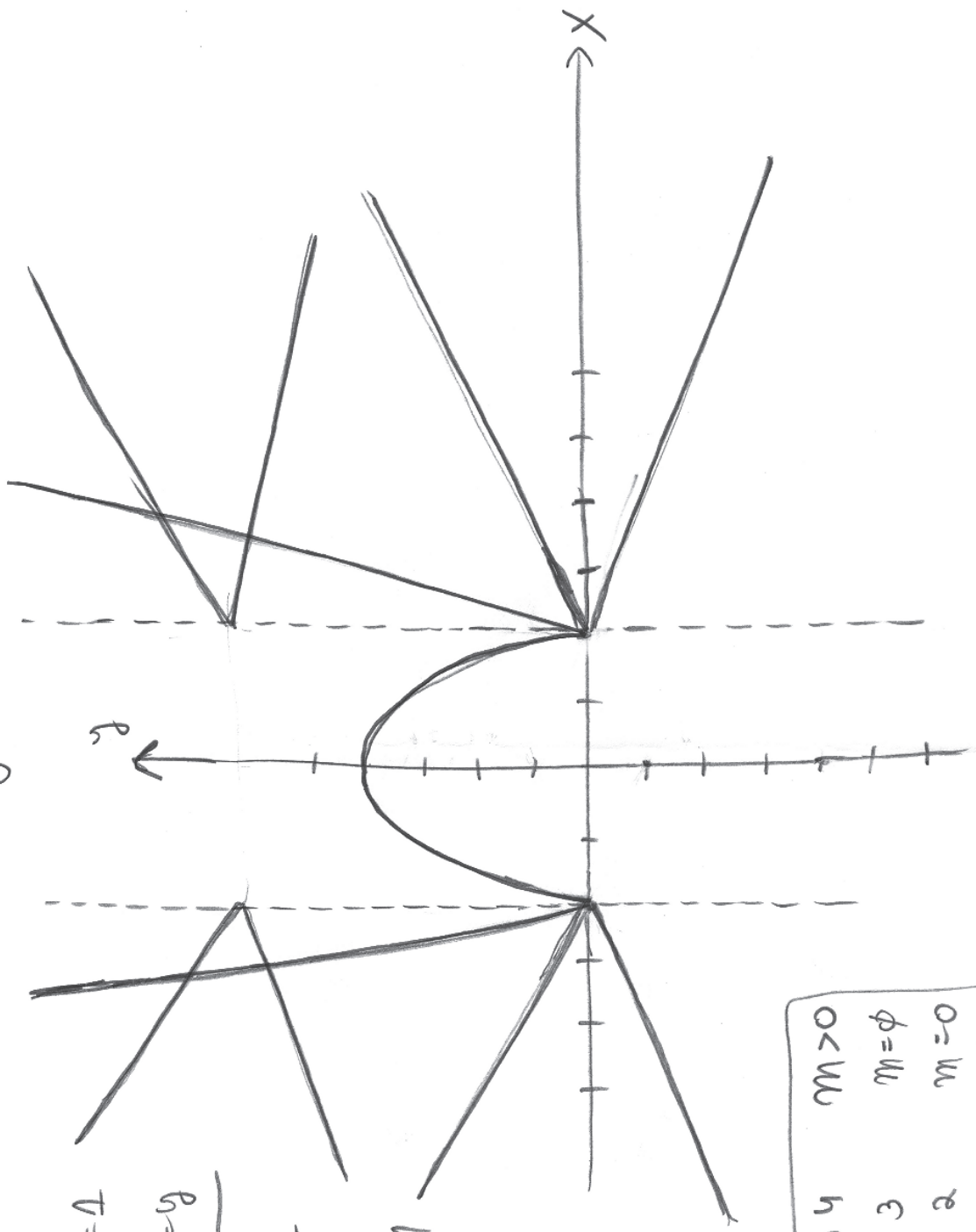
$\frac{1}{2}x - y = \Delta$	$R = b \cdot x^2$
$-\frac{1}{2}x - x^2$	$\frac{1}{2}x - y = y$

$\frac{1}{2}x + y = \Delta$

$\frac{1}{2}x + y = \Delta$

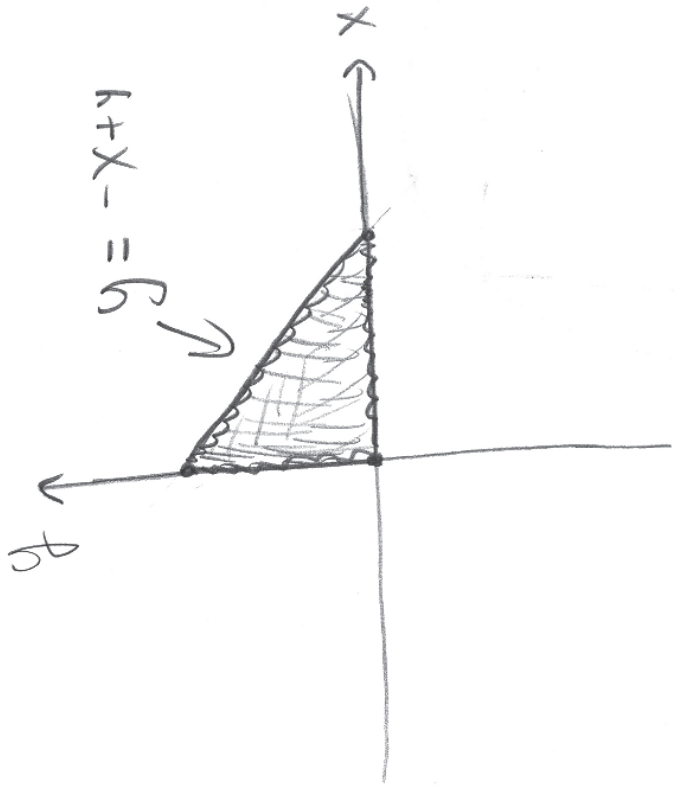
$y = \frac{1}{2}x + y$

$y = \frac{1}{2}x + y$



$m > 0$	$m < 0$
$\phi = m$	$\phi = -m$
$m = 0$	$m = 0$
$m < 0$	$m > 0$

5 > (re)



$$\begin{cases} (m+2)x + y = m+3 \\ 3x + (m+n)y = 5m+11 \end{cases}$$

$$\Delta = (m+n)(m+5)$$

$$\Delta x = (m+n)^2$$

$$\Delta y = (m+n)(5m+13)$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+5)x = (m+n)^2 \\ (m+n)(m+5)y = (m+n)(5m+13) \end{cases}$$

x	y	∞
$\frac{m+n}{m+5}$	$\frac{5m+13}{m+5}$	$T=m$

$$\frac{(m+n)}{(m+5)} \geq 0 \Rightarrow m < -5 \vee m \geq -1$$

$$\frac{5m+13}{m+5} \geq 0 \Rightarrow m < -5 \vee m \geq \frac{-13}{5}$$

$$\frac{5m+13}{m+5} \leq -\left(\frac{m+n}{m+5}\right) + y \Rightarrow -5 < m \leq 3$$

$$-1 \leq m \leq 3$$

$m \neq -5, m < -1 \vee m > 3$

$\left(\frac{m+n}{m+5}, \frac{5m+13}{m+5} \right)$